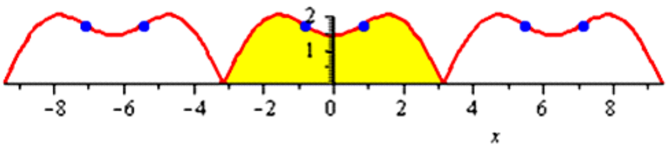
09-08-20

1) 0 resp. $\frac{1}{e}$ resp.1 **3)** $4\pi + \frac{2\pi^3}{3}$ **4)** konvergent $\left(= \frac{\pi}{2}\right)$ **5a)** maxpunkter: $\frac{\pm\pi}{2}$, minpunkter: $\pm\pi$, lokal minpkt.: 0, f är konvex på $[-\alpha,\alpha]$, konkav på $[-\pi,-\alpha]$ och på $[\alpha,\pi]$ med $\alpha = \arccos\frac{2}{3}$,

b) $\frac{20\sqrt{2}}{3}$ **c)** nej



6a) falskt, motex.: $f(x) = \operatorname{sgn}(x)$ **b)** sant, f är deriverbar även i x_0:

betrakta differenskvoten $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ $(x_0 \neq x \in \,]a,b[)$

för $x < x_0$:

MVS gäller enligt förutsättningarna för intervallet $[x, x_0]$ och ger:

det finns ett $\xi_x \in \,]x, x_0[$ så att $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = f'(\xi_x)$, eftersom $f'(x)$ har ett gränsvärde då $x \to x_0$ och $\xi_x \to x_0$- då $x \to x_0$- $[x < \xi_x < x_0]$ så gäller

$\lim_{x \to x_0-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \lim_{x \to x_0-} f'(\xi_x) = \lim_{x \to x_0} f'(x)$.

Analogt för $x > x_0$:

MVS gäller för intervallet $[x_0, x]$ och ger:

det finns ett $\eta_x \in \,]x_0, x[$ så att $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = f'(\eta_x)$ och då gäller

$\lim_{x \to x_0+} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \lim_{x \to x_0+} f'(\eta_x) = \lim_{x \to x_0} f'(x)$ $(\eta_x \to x_0+$ då $x \to x_0+)$,

alltså existerar $f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \lim_{x \to x_0} f'(x)$. vsv

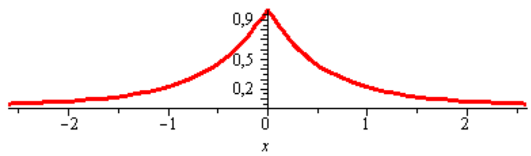
09-10-22

2) area = längd = $a - \frac{1}{a}$ **3a)** $Df^{-1}\left(\frac{\pi-3}{6}\right) = 3 + 2\sqrt{3}$ **b)** konvergent **4)** 0

5a) f är konvergent, ej deriverbar

b) x-axeln är asymptot,

f är strängt konkav på $]-\infty, 0]$ och på $[0,\infty[$



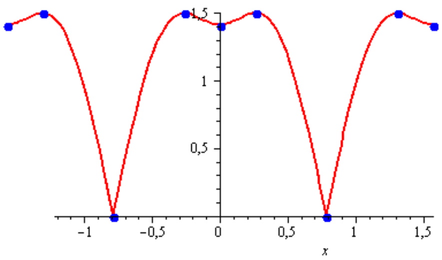
d) $\frac{\pi}{4}$ **e)** 1 resp. 0

10-01-16

3a) nej

b) extrempunkter i $0, \pm\frac{\pi}{2}, \pm\frac{\pi}{12}, \pm\frac{\pi}{4}, \pm\frac{5\pi}{12}$

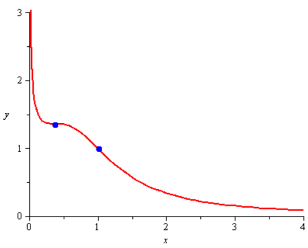
c) $\frac{3\pi}{8}$



4a) asymptoter: $x = 0$, $y = 0$

konvex i $\left]0, \frac{1}{e}\right]$ och i $[1, \infty[$,

konkav i $\left[\frac{1}{e}, 1\right]$ **b)** π



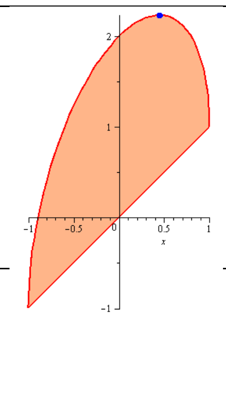
5a) $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \pm 1$ **b)** divergent

10-08-23

1) $\frac{nm(n-m)}{2}$ **2)** e resp. 1 **3)** $2\ln\left(2+\sqrt{3}\right)$

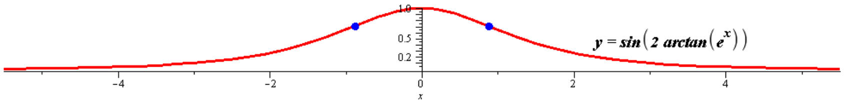
4) extrempunkter: -1 (minimipunkt), $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (maximipunkt),

1 (lokal minimipunkt); arean är π



5a) 0 är maximipunkt, $y=0$ är asymptot, f är konkav på $[-a,a]$,

konvex på $]-\infty,-a]$ och på $[a,\infty[$ där $a=\ln\sqrt{3+2\sqrt{2}}$



b) $\frac{\pi}{2}$

6a) $f(x)=A$ har $\begin{cases}\text{ingen lösning då } A<1\\ \text{en lösning då } A=1\\ \text{2 lösningar då } A>1\end{cases}$ **b**) konvergent